

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/42085> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Milovic, D.

Title: On the 16-rank of class groups of quadratic number fields

Issue Date: 2016-07-04

Samenvatting

We bewijzen twee nieuwe dichtheidsstellingen over de 16-rang van klassengroepen van kwadratische getallenlichamen. Informeel geformuleerd zijn het de volgende.

Stelling A. *De klassengroep van $\mathbb{Q}(\sqrt{-p})$ een element heeft van orde 16 voor een vierde van de priemgetallen p van de vorm $a^2 + 16c^4$.*

Stelling B. *De klassengroep van $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$ een element heeft van orde 16 voor een achtste van de priemgetallen van de vorm $p \equiv -1 \pmod{4}$.*

Deze dichtheidsstellingen zijn om een aantal redenen belangrijk. Ten eerste zijn het de eerste niet-triviale dichtheidsstellingen over de 16-rang van klassengroepen in een familie van kwadratische getallenlichamen. Ten tweede bewijzen deze dichtheidstellingen een speciaal geval van het Cohen-Lenstra vermoeden. Ten derde bevatten beide bewijzen nieuwe toepassingen van geavanceerde zeeftechnieken van Friedlander en Iwaniec. Ten vierde geven we een expliciete beschrijving van het 8-Hilbert klassenlichaam van $\mathbb{Q}(\sqrt{-p})$ als p een priemgetal is van de vorm $a^2 + 16c^4$; het gebrek aan een dergelijke beschrijving voor het 8-Hilbert klassenlichaam van $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ is het grootste obstakel tot het verbeteren van de afschattingen voor de dichtheid van positieve discriminanten d waarvoor de negatieve Pell-vergelijking $x^2 - dy^2 = -1$ oplosbaar is.

In het bewijs van Stelling B geven we een expliciete beschrijving van een element van orde 4 in de klassengroep van $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$ en berekenen we het Artin-symbool van dat element in het 4-Hilbert klassenlichaam van $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$. Dit is een generalisatie van een resultaat van Leonard en Williams. Tenslotte bewijzen we een dusdanig goede foutterm voor een priemgetal-telfunctie gerelateerd aan de 16-rang van de klassengroep van $\mathbb{Q}(\sqrt{-p})$, dat het een sterke indicatie geeft tegen een vermoeden van Cohn en Lagarias over het bestaan van Čebotarev-achtige criteria voor de 16-rang.