

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/42085> holds various files of this Leiden University dissertation.

**Author:** Milovic, D.

**Title:** On the 16-rank of class groups of quadratic number fields

**Issue Date:** 2016-07-04

# Résumé

Nous démontrons deux nouveaux résultats de densité à propos du 16-rang des groupes des classes de corps de nombres quadratiques.

**Théorème A.** *Le groupe des classes de  $\mathbb{Q}(\sqrt{-p})$  a un élément d'ordre 16 pour un quart des nombres premiers  $p$  de la forme  $a^2 + 16c^4$ .*

**Théorème B.** *Le groupe des classes de  $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$  a un élément d'ordre 16 pour un huitième des nombres premiers  $p \equiv -1 \pmod{4}$ .*

Ces résultats de densité sont intéressants pour plusieurs raisons. D'abord, ils sont les premiers résultats non triviaux de densité sur le 16-rang des groupes des classes dans une famille de corps de nombres quadratiques. Deuxièmement, ils prouvent une instance des conjectures de Cohen et Lenstra. Troisièmement, leurs preuves impliquent de nouvelles applications des cribles développés par Friedlander et Iwaniec. Quatrièmement, nous donnons une description explicite du sous-corps du corps de classes de Hilbert de degré 8 de  $\mathbb{Q}(\sqrt{-p})$  lorsque  $p$  est un nombre premier de la forme  $a^2 + 16c^4$ ; l'absence d'une telle description explicite pour le sous-corps du corps de classes de Hilbert de degré 8 de  $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$  est le frein principal à l'amélioration des estimations de la densité des discriminants positifs  $d$  pour lesquels l'équation de Pell négative  $x^2 - dy^2 = -1$  est résoluble.

Dans le cas de Théorème B, nous donnons une description explicite d'un élément d'ordre 4 dans le groupe des classes de  $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$  et on calcule son symbole de Artin dans le sous-corps du corps de classes de Hilbert de degré 4 de  $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$ , généralisant ainsi un résultat de Leonard et Williams. Enfin, nous démontrons un très bon terme d'erreur pour une fonction de comptage des nombres premiers qui est liée au 16-rang du groupe des classes de  $\mathbb{Q}(\sqrt{-2p})$ , donnant ainsi des indications fortes contre une conjecture de Cohn et Lagarias que le 16-rang est contrôlé par un critère de type Chebotarev.